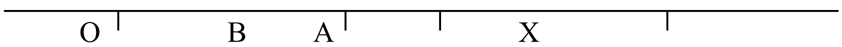
GEOMETRIE

1. Segmente

În cadrul temei se vor studia noțiunile de punct, dreaptă, plan, semidreaptă, segment de dreaptă, dar şi aplicații în care se vor determina pozițiile unor puncte pe o dreaptă, lungimea unui segment, distanța dintre mijloacele a două segmente şi congruența a două segmente.

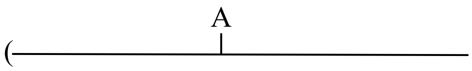
1.1 Puncte, drepte, semidrepte, segmente de dreaptă

În vederea abordării temei reamintim noțiunile absolut necesare.
Considerăm figura:



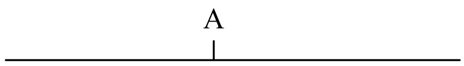
Vom spune că punctul B este între O şi A.

Definiția 1.1.1 Fiind date punctele O şi A pe o dreaptă, mulțimea formată din punctele dreptei OA situate între O şi A împreună cu punctele X de pe dreaptă pentru care A este între O şi X se numeşte semidreaptă. Punctul O este originea semidreptei –
Semidreaptă deschisă



Notație: (OA- semidreaptă deschisă

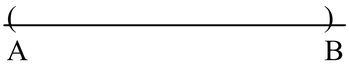
Semidreapta închisă:



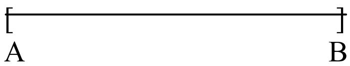
Notație: [OA- semidreaptă închisă ; [OA = (OA $\cup \{A\}$

O definiție mai puțin riguroasă dar uşor de reținut de către elevi este: semidreapta este o parte dintr-o dreaptă, limitată la unul dintre capete, numit originea semidreptei.

Definiția 1.1.2 Fiind date două puncte A şi B, mulțimea punctelor ce aparțin dreptei AB situate între A şi B se numeşte segment deschis şi se notează (AB)



Segmentul închis [AB] = (AB) $\cup \{A, B\}$

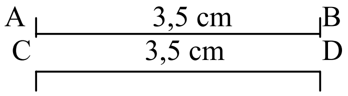


Punctele A şi B se numesc extremitățile sau capetele segmentului.

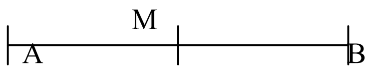
Definiția 1.1.3 Distanța dintre punctele a şi B exprimată într-o unitate de măsură se numeşte lungimea segmentului [AB].

Notație: AB = 5 cm.

Definiția 1.4. Două segmente se numesc congruente dacă au măsuri egale. Notăm [AB] ≡ [CD].



Definiția 1.1.5 Mijlocul unui segment este un punct care împarte segmentul în două segmente congruente.



Notăm M este mijlocul segmentului [AB] sau M≡ (AB) și [AM] ≡[MB]

Definiția 1.1.6 Fiind date două segmente, vom num segmentul sumă al lor un segment care are măsura egală cu suma măsurilor celor două segmente, iar segmentul diferență segmentul care are măsura egală cu diferența măsurilor segmentelor date.

Dacă AB = 15 cm, CD =7 cm şi MN= 22 cm, atunci MN=AB+CD (22=15+7), [MN] este segmentul sumă.

Dacă AB = 15 cm, CD =7 cm şi PQ=8 cm, atunci PQ=AB – CD (8=15 – 7), [PQ] este segmentul diferență

Probleme rezolvate

R1.1.1 Fiind date 10 puncte distincte două câte două şi necoliniare trei câte trei, aflați numărul de drepte determinate de câte două dintre ele.

Soluție

Două puncte distincte determină o dreaptă şi numai una. Fie $A_1,A_2,A_3.......,A_{10}$ cele 10 puncte punctul A_1 determină cu punctele $A_2,A_3.......,A_{10,}$ 9 drepte.

Mergând cu raționamentul din fiecare punct putem duce (10-1) drepte, însă în acest caz fiecare dreaptă o considerăm de două ori, deci numărul dreptelor este dat de

$$\frac{10(10-1)}{2}=\frac{10\cdot 9}{2}=45$$

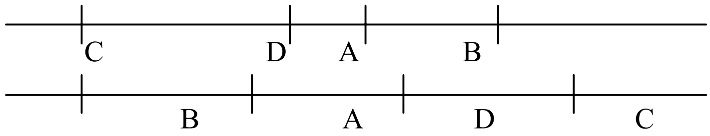
Dacă numărul punctelor este *n* atunci numărul dreptelor este $\frac{n(n\text{-}1)}{2}$.

R1.1.2 Considerăm punctele A,B,C,D pe dreapta d, astfel încât AB=a cm, AC=b cm, BD=c cm, BC=(a+b)cm, CD=(a+b-c)cm şi AD=(c-a)cm. Determinați ordinea punctelor pe dreaptă.

Soluție

Din AB=a, AC=b şi BC=a+b rezultă că A este între B şi C.

Dacă B aparține lui (AD) atunci CD=a+b+c ceea ce este fals.



Dacă C este între B şi D atunci CD=c-a-b ceea ce este fals, deci D este între B şi C şi cum AD=c-a rezultă că D este între Aşi C deci ordinea punctelor este:

1) C,D,A,B sau 2) B,A,D,C

R1.1.3 Punctul M_1 este mijlocul segmentului [AB], punctul M_2 este mijlocul segmentului $[AM_1]$.

Repetând procedeul punctul M_{10} este, mijlocul segmentului AM_9. Dacă $AB=2^{11}\cdot 3$cm, calculați măsura segmentului AM_{10}.

Soluție $AM_1 = \frac{AB}{2}$; $AM_1 = \frac{2^{11}\cdot 3}{2}$;

$$AM_1 = \frac{AM_1}{2};\quad AM_1 = \frac{2^{11}\cdot 3}{2^2};$$

....

$$AM_3 = \frac{AM_2}{2};\quad AM_3 = \frac{2^{11}\cdot 3}{2^3};$$

....

$$AM_{10} = \frac{AB}{2};\quad AM_{10} = \frac{2^{11}\cdot 3}{2^{10}} = 2\cdot 3 = 6;$$

Bibliografie

I. Petrică şi colectivul, *Manual pentru clasa a VI-a*, Ed. Petrion 1998

G. Turcitu, I. Rizea, C. Basarab, M. Duncea, *Manual clasa a VI-a*, Ed. Radical 1998

T. Udrea, D. Nuțescu, *Manual clasa a VI-a*, EDP 1998

D. Brânzei, D. Zaharia, M. Zaharia : *Aritmetică-Algebră-Geometrie*, Ed.Paralela 45 2002, pag 97-109

C. Hărăbor, D.Săvulescu, I. Cheşcă, A.Țifrea: *Matematică pentru clasele V-VIII-Olimpiadele județene,interjudețene,naționale*, Ed. Teora 1996, pag 107

D. Brânzei, D. şi M. Goleşteanu, S. Ulmeanu, V. Gorgotă, I. Şerdean: *Matematica în concursurile şcolare*, Ed. Paralela 45, 2000,2001,2002

D. Constantinescu: *Olimpiadele şcolare*, Ed. Teora 1997-2002

D. Mihet, N. Angelescu, I. Chera, C. Popescu şi colectivul:*Olimpiadele de matematică 1990-1998*, Ed. Gil Zalău ,clasa a VI-a, pag 56-61

Edwin E. Moise, Floyd I. Downs jr. : *Geometria* , EDP 1983, pag 38-59